

Introducción a la Lógica y la Computación

Mariana Badano Héctor Gramaglia Pedro Sánchez Terraf
M. Clara Gorín Matías Steinberg

FaMAF, segundo cuatrimestre 2020



Aula virtual

Aquí pondremos toda la información actualizada:

<https://www.famaf.proed.unc.edu.ar/course/view.php?id=604>

Aula virtual

Aquí pondremos toda la información actualizada:

<https://www.famaf.proed.unc.edu.ar/course/view.php?id=604>

Ediciones anteriores de la materia

En la [Wiki de Ciencias de la Computación](#).

Regularidad

Deberán **entregar 6 ejercicios** durante el cuatrimestre.

Regularidad

Deberán **entregar 6 ejercicios** durante el cuatrimestre.

Finales

Todavía la situación no está definida en cuanto a la toma de exámenes, tendremos más información cerca del final del cuatrimestre.

Regularidad

Deberán **entregar 6 ejercicios** durante el cuatrimestre.

Finales

Todavía la situación no está definida en cuanto a la toma de exámenes, tendremos más información cerca del final del cuatrimestre.

Los exámenes tendrán un ejercicio extra muy fácil pero obligatorio para libres, y las personas que hayan entregado **5 ejercicios** (de los 6 anteriores) **bien resueltos**, tendrán **1 punto extra** para su examen final.

Clases virtuales (puaj)

- La interacción es súmamente difícil.

Clases virtuales (puaj)

- La interacción es súmamente difícil.
- Clara y Matías serán moderadores del chat para facilitarla.

Clases virtuales (puaj)

- La interacción es súmamente difícil.
- Clara y **Matías** serán moderadores del chat para facilitarla.
- Hagan consultas ahí, y en caso de ser necesario, me la comunicarán a mí.

Clases virtuales (puaj)

- La interacción es súmamente difícil.
- Clara y Matías serán moderadores del chat para facilitarla.
- Hagan consultas ahí, y en caso de ser necesario, me la comunicarán a mí.
- Trataré de hacer pausas regulares para ver cómo estamos avanzando

Clases virtuales (puaj)

- La interacción es súmamente difícil.
- Clara y Matías serán moderadores del chat para facilitarla.
- Hagan consultas ahí, y en caso de ser necesario, me la comunicarán a mí.
- Trataré de hacer pausas regulares para ver cómo estamos avanzando

¿Sólo ver el teórico?

Clases virtuales (puaj)

- La interacción es súmamente difícil.
- Clara y Matías serán moderadores del chat para facilitarla.
- Hagan consultas ahí, y en caso de ser necesario, me la comunicarán a mí.
- Trataré de hacer pausas regulares para ver cómo estamos avanzando

¿Sólo ver el teórico?

Al 85 % del alumnado no le sirve eso.

Clases virtuales (puaj)

- La interacción es súmamente difícil.
- Clara y Matías serán moderadores del chat para facilitarla.
- Hagan consultas ahí, y en caso de ser necesario, me la comunicarán a mí.
- Trataré de hacer pausas regulares para ver cómo estamos avanzando

¿Sólo ver el teórico?

Al 85 % del alumnado no le sirve eso.

- Cada clase (aproximadamente) tendrá indicada una lectura previa.



UNC

Universidad
Nacional
de Córdoba



Clases virtuales (puaj)

- La interacción es súmamente difícil.
- Clara y Matías serán moderadores del chat para facilitarla.
- Hagan consultas ahí, y en caso de ser necesario, me la comunicarán a mí.
- Trataré de hacer pausas regulares para ver cómo estamos avanzando

¿Sólo ver el teórico?

Al 85 % del alumnado no le sirve eso.

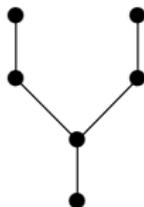
- Cada clase (aproximadamente) tendrá indicada una lectura previa.
- De esta manera podrán sacarse más dudas en vivo.

Una materia con tres partes



Ejes de Contenidos

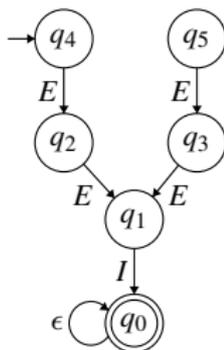
1 Estructuras Ordenadas



2 Lógica Proposicional

$$\frac{\frac{[\varphi \wedge \psi]_1 \wedge E}{\psi} \quad \frac{[\varphi \wedge \psi]_1 \wedge E}{\varphi}}{\psi \wedge \varphi} \wedge I$$
$$\frac{\psi \wedge \varphi}{\varphi \wedge \psi \rightarrow \psi \wedge \varphi} \rightarrow I_1$$

3 Lenguajes y Autómatas



Parte 1: Estructuras Ordenadas

- A. Tiraboschi y H. Gramaglia, *Apunte sobre estructuras ordenadas* (en la web de la materia).
- B.A. Davey y H.A. Priestley *Introduction to lattices and order*. Cambridge University Press.

1 Relaciones

- Propiedades de relaciones sobre un único conjunto
- Relaciones de equivalencia
- Particiones de un conjunto

2 Conjuntos parcialmente ordenados

- Diagramas de Hasse y Ejemplos

Definición de relación

Definición intuitiva

Una *relación* viene dada por una propiedad que pueden tener (o no) dos objetos.

Definición de relación

Definición intuitiva

Una *relación* viene dada por una propiedad que pueden tener (o no) dos objetos.

Nos van a interesar relaciones entre objetos formales (matemáticos), y es más fácil entender en términos de ejemplos.

Definición de relación

Definición intuitiva

Una *relación* viene dada por una propiedad que pueden tener (o no) dos objetos.

Nos van a interesar relaciones entre objetos formales (matemáticos), y es más fácil entender en términos de ejemplos.

Ejemplo

Las siguientes son relaciones:

- “es múltiplo de”.

Definición intuitiva

Una *relación* viene dada por una propiedad que pueden tener (o no) dos objetos.

Nos van a interesar relaciones entre objetos formales (matemáticos), y es más fácil entender en términos de ejemplos.

Ejemplo

Las siguientes son relaciones:

- “es múltiplo de”.
- “divide a”.

Definición de relación

Definición intuitiva

Una *relación* viene dada por una propiedad que pueden tener (o no) dos objetos.

Nos van a interesar relaciones entre objetos formales (matemáticos), y es más fácil entender en términos de ejemplos.

Ejemplo

Las siguientes son relaciones:

- “es múltiplo de”.
- “divide a”.
- “es menor que”.

Definición de relación

Definición intuitiva

Una *relación* viene dada por una propiedad que pueden tener (o no) dos objetos.

Nos van a interesar relaciones entre objetos formales (matemáticos), y es más fácil entender en términos de ejemplos.

Ejemplo

Las siguientes son relaciones:

- “es múltiplo de”.
- “divide a”.
- “es menor que”.
- “es la longitud de”.

Definición de relación

Definición intuitiva

Una *relación* viene dada por una propiedad que pueden tener (o no) dos objetos.

Nos van a interesar relaciones entre objetos formales (matemáticos), y es más fácil entender en términos de ejemplos.

Ejemplo

Las siguientes son relaciones:

- “es múltiplo de”.
- “divide a”.
- “es menor que”.
- “es la longitud de”.
- “es igual a”.

Definición de relación

Definición intuitiva

Una *relación* viene dada por una propiedad que pueden tener (o no) dos objetos.

Nos van a interesar relaciones entre objetos formales (matemáticos), y es más fácil entender en términos de ejemplos.

Ejemplo

Las siguientes son relaciones:

- “es múltiplo de”.
- “divide a”.
- “es menor que”.
- “es la longitud de”.
- “es igual a”.
- “es elemento de”.

Definición de relación

Definición intuitiva

Una *relación* viene dada por una propiedad que pueden tener (o no) dos objetos.

Nos van a interesar relaciones entre objetos formales (matemáticos), y es más fácil entender en términos de ejemplos.

Ejemplo

Las siguientes son relaciones:

- “es múltiplo de”.
- “divide a”.
- “es menor que”.
- “es la longitud de”.
- “es igual a”.
- “es elemento de”.
- “es segmento inicial de”.

Definición de relación

Definición intuitiva

Una *relación* viene dada por una propiedad que pueden tener (o no) dos objetos.

Nos van a interesar relaciones entre objetos formales (matemáticos), y es más fácil entender en términos de ejemplos.

Ejemplo

Las siguientes son relaciones:

- “es múltiplo de”.
- “divide a”.
- “es menor que”.
- “es la longitud de”.
- “es igual a”.
- “es elemento de”.
- “es segmento inicial de”.
- “esta incluido en”.

Definición de relación

Formalizamos este concepto intuitivo: esencialmente, *especificamos* lo que queremos decir.

Definición de relación

Formalizamos este concepto intuitivo: esencialmente, *especificamos* lo que queremos decir.

Definición

- Dados dos conjuntos A y B , una **relación** (binaria) entre A y B es un subconjunto de $A \times B$.

Definición de relación

Formalizamos este concepto intuitivo: esencialmente, *especificamos* lo que queremos decir.

Definición

- Dados dos conjuntos A y B , una **relación** (binaria) entre A y B es un subconjunto de $A \times B$.
- Sea $R \subseteq A \times B$ una relación y sean $a \in A$ y $b \in B$. Escribiremos $a R b$ para denotar $(a, b) \in R$ y $a \not R b$ en lugar de $(a, b) \notin R$.

Definición de relación

Formalizamos este concepto intuitivo: esencialmente, *especificamos* lo que queremos decir.

Definición

- Dados dos conjuntos A y B , una **relación** (binaria) entre A y B es un subconjunto de $A \times B$.
- Sea $R \subseteq A \times B$ una relación y sean $a \in A$ y $b \in B$. Escribiremos $a R b$ para denotar $(a, b) \in R$ y $a \not R b$ en lugar de $(a, b) \notin R$.

Ejemplo

Si $A := \{2, 4, 8, 10\}$ y $B := \{1, 3, 9\}$, entonces la relación “*es menor que*” (restringida a $A \times B$) corresponde al conjunto de pares

$$R = \{(2, 3), (2, 9), (4, 9), (8, 9)\}$$

Definición de relación

Formalizamos este concepto intuitivo: esencialmente, *especificamos* lo que queremos decir.

Definición

- Dados dos conjuntos A y B , una **relación** (binaria) entre A y B es un subconjunto de $A \times B$.
- Sea $R \subseteq A \times B$ una relación y sean $a \in A$ y $b \in B$. Escribiremos $a R b$ para denotar $(a, b) \in R$ y $a \not R b$ en lugar de $(a, b) \notin R$.

Ejemplo

Si $A := \{2, 4, 8, 10\}$ y $B := \{1, 3, 9\}$, entonces la relación “*es menor que*” (restringida a $A \times B$) corresponde al conjunto de pares

$$R = \{(2, 3), (2, 9), (4, 9), (8, 9)\}$$

Luego, tenemos que $2 R 9$ y $8 \not R 3$.

Definición de relación

Formalizamos este concepto intuitivo: esencialmente, *especificamos* lo que queremos decir.

Definición

- Dados dos conjuntos A y B , una **relación** (binaria) entre A y B es un subconjunto de $A \times B$.
- Sea $R \subseteq A \times B$ una relación y sean $a \in A$ y $b \in B$. Escribiremos $a R b$ para denotar $(a, b) \in R$ y $a \not R b$ en lugar de $(a, b) \notin R$.

Ejemplo

Si $A := \{2, 4, 8, 10\}$ y $B := \{1, 3, 9\}$, entonces la relación “*es menor que*” (restringida a $A \times B$) corresponde al conjunto de pares

$$R = \{(2, 3), (2, 9), (4, 9), (8, 9)\}$$

Luego, tenemos que $2 R 9$ y $8 \not R 3$. ¿ $9 R 10$?

Dos tipos de relaciones

- “es múltiplo de”.
 - “divide a”.
 - “es menor que”.
 - “es la longitud de”.
- “es igual a”.
 - “es elemento de”.
 - “es segmento inicial de”.
 - “esta incluido en”.

Dos tipos de relaciones

- “es múltiplo de”.
- “divide a”.
- “es menor que”.
- “es la longitud de”.
- “es igual a”.
- “es elemento de”.
- “es segmento inicial de”.
- “esta incluido en”.

Estas relaciones se dan entre conjuntos A y B distintos.

Dos tipos de relaciones

- “es múltiplo de”.
- “divide a”.
- “es menor que”.
- “es la longitud de”.
- “es igual a”.
- “es elemento de”.
- “es segmento inicial de”.
- “esta incluido en”.

Estas relaciones se dan entre conjuntos A y B distintos.

Nuestro interés estará en las relaciones R entre un conjunto A y él mismo, relaciones **sobre** A (es decir, tales que $R \subseteq A \times A$).

Propiedades de una relación

Sea R una relación sobre un conjunto A . Decimos que R es:

- **reflexiva** si y sólo si
para todo $a \in A$, $a R a$

Propiedades de una relación

Sea R una relación sobre un conjunto A . Decimos que R es:

- **reflexiva** si y sólo si
para todo $a \in A$, $a R a$
- **simétrica** si y sólo si
para todos $a, b \in A$, $a R b \implies b R a$

Propiedades de una relación

Sea R una relación sobre un conjunto A . Decimos que R es:

- **reflexiva** si y sólo si
para todo $a \in A$, $a R a$
- **simétrica** si y sólo si
para todos $a, b \in A$, $a R b \implies b R a$
- **antisimétrica** si y sólo si
para todos $a, b \in A$, $a R b \ \& \ b R a \implies a = b$

Propiedades de una relación

Sea R una relación sobre un conjunto A . Decimos que R es:

- **reflexiva** si y sólo si
para todo $a \in A$, $a R a$
- **simétrica** si y sólo si
para todos $a, b \in A$, $a R b \implies b R a$
- **antisimétrica** si y sólo si
para todos $a, b \in A$, $a R b \ \& \ b R a \implies a = b$
- **transitiva** si y sólo si
para todos $a, b, c \in A$, $a R b \ \& \ b R c \implies a R c$

Propiedades de una relación

- **reflexiva:** $\forall a \in A, a R a.$
- **simétrica:** $\forall a, b \in A, a R b \implies b R a.$
- **antisimétrica:** $\forall a, b \in A, a R b \ \& \ b R a \implies a = b.$
- **transitiva:** $\forall a, b, c \in A, a R b \ \& \ b R c \implies a R c.$

Propiedades de una relación

- **reflexiva:** $\forall a \in A, a R a.$
- **simétrica:** $\forall a, b \in A, a R b \implies b R a.$
- **antisimétrica:** $\forall a, b \in A, a R b \ \& \ b R a \implies a = b.$
- **transitiva:** $\forall a, b, c \in A, a R b \ \& \ b R c \implies a R c.$

“es menor que” $\subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$

Es la relación “<” definida entre números naturales:

$1 < 2$, $2012 < 2020$, etcétera.

Propiedades de una relación

- **reflexiva:** $\forall a \in A, a R a$.
- **simétrica:** $\forall a, b \in A, a R b \implies b R a$.
- **antisimétrica:** $\forall a, b \in A, a R b \ \& \ b R a \implies a = b$.
- **transitiva:** $\forall a, b, c \in A, a R b \ \& \ b R c \implies a R c$.

“es menor que” $\subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$

Es la relación “<” definida entre números naturales:

$1 < 2$, $2012 < 2020$, etcétera.

¿Qué propiedades cumple?

Propiedades de una relación

- **reflexiva:** $\forall a \in A, a R a$.
- **simétrica:** $\forall a, b \in A, a R b \implies b R a$.
- **antisimétrica:** $\forall a, b \in A, a R b \ \& \ b R a \implies a = b$.
- **transitiva:** $\forall a, b, c \in A, a R b \ \& \ b R c \implies a R c$.

“es menor que” $\subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$

Es la relación “<” definida entre números naturales:

$1 < 2$, $2012 < 2020$, etcétera.

¿Qué propiedades cumple?

→ [Actividad en Aula virtual!](#)

Propiedades de una relación

- **reflexiva:** $\forall a \in A, a R a.$
- **simétrica:** $\forall a, b \in A, a R b \implies b R a.$
- **antisimétrica:** $\forall a, b \in A, a R b \ \& \ b R a \implies a = b.$
- **transitiva:** $\forall a, b, c \in A, a R b \ \& \ b R c \implies a R c.$

“divide a” $\subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$

$a \mid b$ si existe $q \in \mathbb{N}$ tal que $a \cdot q = b.$

¿Qué propiedades cumple?

Propiedades de una relación

- **reflexiva:** $\forall a \in A, a R a.$
- **simétrica:** $\forall a, b \in A, a R b \implies b R a.$
- **antisimétrica:** $\forall a, b \in A, a R b \ \& \ b R a \implies a = b.$
- **transitiva:** $\forall a, b, c \in A, a R b \ \& \ b R c \implies a R c.$

“divide a” $\subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$

$a \mid b$ si existe $q \in \mathbb{N}$ tal que $a \cdot q = b.$

¿Qué propiedades cumple? ¿Y si estuviera definida sobre \mathbb{Z} ?

Propiedades de una relación

- **reflexiva:** $\forall a \in A, a R a.$
- **simétrica:** $\forall a, b \in A, a R b \implies b R a.$
- **antisimétrica:** $\forall a, b \in A, a R b \ \& \ b R a \implies a = b.$
- **transitiva:** $\forall a, b, c \in A, a R b \ \& \ b R c \implies a R c.$

“es congruente módulo k a” $\subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$

($k \neq 0$, fijo)

$a \equiv_k b$ si y sólo si k divide a $b - a$

¿Qué propiedades cumple?

Definición

Una relación es de **equivalencia** si satisface las propiedades de reflexividad, simetría y transitividad.

Definición

Una relación es de **equivalencia** si satisface las propiedades de reflexividad, simetría y transitividad.

Por ejemplo, la relación “congruente módulo k ” es una relación de equivalencia para todo $k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$.

Clases de equivalencia

Sea \sim una relación de equivalencia sobre un conjunto A y sea x un elemento de A .

La **clase de equivalencia de** x es el conjunto

$$[x] = \{y \in A : x \sim y\}$$

Clases de equivalencia

Sea \sim una relación de equivalencia sobre un conjunto A y sea x un elemento de A .

La **clase de equivalencia de** x es el conjunto

$$[x] = \{y \in A : x \sim y\}$$

Por ejemplo, la relación “congruente módulo 3” tiene sólo **tres clases** de equivalencia

Clases de equivalencia

Sea \sim una relación de equivalencia sobre un conjunto A y sea x un elemento de A .

La **clase de equivalencia de** x es el conjunto

$$[x] = \{y \in A : x \sim y\}$$

Por ejemplo, la relación “congruente módulo 3” tiene sólo **tres clases** de equivalencia

$$[0] = \{0, 3, -3, 6, -6, 9, -9, \dots\}$$

$$[1] = \{1, 4, -2, 7, -5, 10, -8, \dots\}$$

$$[2] = \{2, 5, -1, 8, -4, 11, -7, \dots\}$$

Clases de equivalencia

Sea \sim una relación de equivalencia sobre un conjunto A y sea x un elemento de A .

La **clase de equivalencia de x** es el conjunto

$$[x] = \{y \in A : x \sim y\}$$

Por ejemplo, la relación “congruente módulo 3” tiene sólo **tres clases** de equivalencia

$$[0] = \{0, 3, -3, 6, -6, 9, -9, \dots\}$$

$$[1] = \{1, 4, -2, 7, -5, 10, -8, \dots\}$$

$$[2] = \{2, 5, -1, 8, -4, 11, -7, \dots\}$$

Se dan las siguientes igualdades:

$$[3] = [0], \quad [4] = [1], \quad [5] = [2], \dots$$

Definición

Una **partición** de un conjunto A es una familia de subconjuntos no vacíos de A , que son disjuntos entre sí, y cuya unión es todo A .

Particiones de un conjunto

Definición

Una **partición** de un conjunto A es una familia de subconjuntos no vacíos de A , que son disjuntos entre sí, y cuya unión es todo A .

Ejemplo

Las siguientes son particiones de $A = \{a, b, c\}$:

1 $P_1 := \{\{a\}, \{b, c\}\};$

Particiones de un conjunto

Definición

Una **partición** de un conjunto A es una familia de subconjuntos no vacíos de A , que son disjuntos entre sí, y cuya unión es todo A .

Ejemplo

Las siguientes son particiones de $A = \{a, b, c\}$:

1 $P_1 := \{\{a\}, \{b, c\}\};$

Los *elementos* de la partición $A_1 := \{a\}$ y $A_2 := \{b, c\}$ son *subconjuntos* de A .

Particiones de un conjunto

Definición

Una **partición** de un conjunto A es una familia de subconjuntos no vacíos de A , que son disjuntos entre sí, y cuya unión es todo A .

Ejemplo

Las siguientes son particiones de $A = \{a, b, c\}$:

1 $P_1 := \{\{a\}, \{b, c\}\};$

Los *elementos* de la partición $A_1 := \{a\}$ y $A_2 := \{b, c\}$ son *subconjuntos* de A .

2 $P_2 := \{\{a\}, \{b\}, \{c\}\};$

Particiones de un conjunto

Definición

Una **partición** de un conjunto A es una familia de subconjuntos no vacíos de A , que son disjuntos entre sí, y cuya unión es todo A .

Ejemplo

Las siguientes son particiones de $A = \{a, b, c\}$:

1 $P_1 := \{\{a\}, \{b, c\}\};$

Los *elementos* de la partición $A_1 := \{a\}$ y $A_2 := \{b, c\}$ son *subconjuntos* de A .

2 $P_2 := \{\{a\}, \{b\}, \{c\}\};$

3 $P_3 := \{\{a, b, c\}\}.$

Lema

Sea \sim una relación de equivalencia sobre A y sean $x, y \in A$. Entonces

- 1 $[x] = [y]$ si y sólo si $x \sim y$.
- 2 si $x \not\sim y$, entonces $[x]$ e $[y]$ son disjuntas.

Lema

Sea \sim una relación de equivalencia sobre A y sean $x, y \in A$. Entonces

- 1 $[x] = [y]$ si y sólo si $x \sim y$.
- 2 si $x \not\sim y$, entonces $[x]$ e $[y]$ son disjuntas.

Corolario

El conjunto A/\sim de las clases de equivalencia de \sim es una partición de A .

Una equivalencia (valga la redundancia)

Lema

Sea $P = \{A_j : j \in J\}$ una partición de A . Definamos, para $a, b \in A$,

$$a \sim_P b \iff a \text{ y } b \text{ están en la misma parte de la partición.}$$

Entonces \sim_P es una relación de equivalencia.

Una equivalencia (valga la redundancia)

Lema

Sea $P = \{A_j : j \in J\}$ una partición de A . Definamos, para $a, b \in A$,

$$\begin{aligned} a \sim_P b &\iff a \text{ y } b \text{ están en la misma parte de la partición.} \\ &\iff \text{existe } j \in J. a, b \in A_j \end{aligned}$$

Entonces \sim_P es una relación de equivalencia.

Una equivalencia (valga la redundancia)

Lema

Sea $P = \{A_j : j \in J\}$ una partición de A . Definamos, para $a, b \in A$,

$$\begin{aligned} a \sim_P b &\iff a \text{ y } b \text{ están en la misma parte de la partición.} \\ &\iff \text{existe } j \in J. a, b \in A_j \end{aligned}$$

Entonces \sim_P es una relación de equivalencia.

En consecuencia, es exactamente lo mismo tener una partición que una relación de equivalencia.

Definición

Una **relación de orden parcial** R sobre un conjunto A es una relación que satisface las propiedades de reflexividad, antisimetría y transitividad.

Definición

Una **relación de orden parcial** R sobre un conjunto A es una relación que satisface las propiedades de reflexividad, antisimetría y transitividad.

Ejemplo

- 1 La relación de **orden usual** \leq sobre \mathbb{R} , \mathbb{Z} , \mathbb{N} .

Definición

Una **relación de orden parcial** R sobre un conjunto A es una relación que satisface las propiedades de reflexividad, antisimetría y transitividad.

Ejemplo

- 1 La relación de **orden usual** \leq sobre \mathbb{R} , \mathbb{Z} , \mathbb{N} .
- 2 La relación “divide” sobre \mathbb{N} .

Definición

Una **relación de orden parcial** R sobre un conjunto A es una relación que satisface las propiedades de reflexividad, antisimetría y transitividad.

Ejemplo

- 1 La relación de **orden usual** \leq sobre \mathbb{R} , \mathbb{Z} , \mathbb{N} .
- 2 La relación “divide” sobre \mathbb{N} .
- 3 La relación de **inclusión** \subseteq sobre las partes $\mathcal{P}(A)$ de un conjunto A .

Definición

Una **relación de orden parcial** R sobre un conjunto A es una relación que satisface las propiedades de reflexividad, antisimetría y transitividad.

Ejemplo

- 1 La relación de **orden usual** \leq sobre \mathbb{R} , \mathbb{Z} , \mathbb{N} .
- 2 La relación “divide” sobre \mathbb{N} .
- 3 La relación de **inclusión** \subseteq sobre las partes $\mathcal{P}(A)$ de un conjunto A .

Definición

Un **conjunto parcialmente ordenado (cpo ó poset)** es un par (A, R) donde A es un conjunto y R es un orden parcial sobre A .

Definición

Una **relación de orden parcial** R sobre un conjunto A es una relación que satisface las propiedades de reflexividad, antisimetría y transitividad.

Ejemplo

- 1 La relación de **orden usual** \leq sobre $\mathbb{R}, \mathbb{Z}, \mathbb{N}$.
- 2 La relación “divide” sobre \mathbb{N} .
- 3 La relación de **inclusión** \subseteq sobre las partes $\mathcal{P}(A)$ de un conjunto A .

Definición

Un **conjunto parcialmente ordenado (cpo ó poset)** es un par (A, R) donde A es un conjunto y R es un orden parcial sobre A .

Luego (\mathbb{R}, \leq) , $(\mathbb{N}, |)$ y $(\mathcal{P}(A), \subseteq)$ son posets.

Definición

Sea \leq un orden parcial sobre un conjunto A , y $a, b \in A$ distintos.

Decimos que b **cubre** a a si

Definición

Sea \leq un orden parcial sobre un conjunto A , y $a, b \in A$ distintos.

Decimos que b **cubre** a a si

- $a \leq b$ y
- **no** existe $c \neq a, b$ tal que $a \leq c$ y $c \leq b$.

Definición

Sea \leq un orden parcial sobre un conjunto A , y $a, b \in A$ distintos.

Decimos que b **cubre** a a si

- $a \leq b$ y
- **no** existe $c \neq a, b$ tal que $a \leq c$ y $c \leq b$.

Diagramas de Hasse

Nos sirven para representar a los órdenes parciales sobre conjuntos finitos.

Definición

Sea \leq un orden parcial sobre un conjunto A , y $a, b \in A$ distintos.

Decimos que b **cubre** a a si

- $a \leq b$ y
- **no** existe $c \neq a, b$ tal que $a \leq c$ y $c \leq b$.

Diagramas de Hasse

Nos sirven para representar a los órdenes parciales sobre conjuntos finitos. Ponemos un punto por cada elemento de A y unimos mediante segmentos rectos los puntos que se cubren.

Diagramas de Hasse

Definición

Sea \leq un orden parcial sobre un conjunto A , y $a, b \in A$ distintos.

Decimos que b **cubre** a a si

- $a \leq b$ y
- **no** existe $c \neq a, b$ tal que $a \leq c$ y $c \leq b$.

Diagramas de Hasse

Nos sirven para representar a los órdenes parciales sobre conjuntos finitos.

Ponemos un punto por cada elemento de A y unimos mediante segmentos rectos los puntos que se cubren.

Si b cubre a a , entonces b debe ser dibujado más arriba que a .