

Consulta Introducción

22/10/2021

(Lógica Proposicional).

$$\boxed{P5 \text{ E8}} \quad \Gamma_0 = \{p_0, \neg(p_1 \rightarrow p_2), p_3 \vee p_2\}$$

→ Necesitamos que Γ_0 sea consistente.

Como Γ_0 es consistente, $\exists \Gamma \supseteq \Gamma_0$ consistente maximal.

Idea: Tomar dos extensiones de Γ_0 "incompatibles" y luego aprender las 2 sendas maximales.

$$\Gamma_1 = \Gamma_0 \cup \{p_4\} \quad \Gamma_2 = \Gamma_0 \cup \{\neg p_4\}$$

Sea σ asignación que valide Γ_0 .

Notar:

$$\sigma_i(p) = \begin{cases} \sigma(p) & \text{si } p \neq p_4 \\ 2-i & \text{si } p = p_4 \end{cases} \quad \sigma_i: \mathcal{V} \rightarrow \{0,1\}$$

comprobar que σ_i valide Γ_i ($i=1,2$).

Luego, por lema de consistencia, Γ_i es consist.

Hay $\Gamma_i^* \supseteq \Gamma_i \supseteq \Gamma_0$ consist. maximal. ($i=1,2$).

Basta ver que $\Gamma_1^* \neq \Gamma_2^*$. Si no,

$\Gamma_1^* \supseteq \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \supseteq \{p_4, \neg p_4\} \vdash \perp \Rightarrow \Gamma_1^*$ inconsist.

absurd. luego deben ser distintos.

Otro forma de ver esto:

Recordar: Si v es asignación,

$Th(v) = \{ \varphi \in PROP : \llbracket \varphi \rrbracket_v = 1 \}$ es consistente maximal.

$Th(v_1)$ y $Th(v_2)$ son consist. max. que incluyen a Γ_0 (puesto que lo validan) y son distintos porque $p_4 \in Th(v_1) \setminus Th(v_2)$.

P5 E7 $\Gamma_0 = \{ p_0, \neg(p_1 \rightarrow p_2), p_3 \vee p_2 \} \subseteq \Gamma$ que es consist. max.

¿ $\neg p_1 \vee p_2 \in \Gamma$?

Argumento 1 "toda asignación v que valide Γ_0 cumple que $\llbracket \neg p_1 \vee p_2 \rrbracket_v = 0$ "
Entonces $\neg p_1 \vee p_2$ no puede estar en Γ "

Manera de justificar

Como Γ es consist. maximal, existe v t.q. $\Gamma = Th(v)$. Como $\Gamma \supseteq \Gamma_0$, v valide Γ_0 . Por el Argumento 1, $\llbracket \neg p_1 \vee p_2 \rrbracket_v \neq 1$,

y luego $\neg p_1 \vee p_2 \notin \Gamma \checkmark$.

Argumento 2: "Como Γ es consistente, hay v que lo valida. Luego verifico que esa v cumple que $\llbracket \neg p_1 \vee p_2 \rrbracket_v = 0$.

Entonces $\neg p_1 \vee p_2 \notin \Gamma$.

Justificación: Observar que no sob
 v valida Γ

(valida) $\varphi \in \Gamma \implies \llbracket \varphi \rrbracket_v = 1$

Sino, más fuertemente,

($\Gamma = \text{Th}(v)$) $\varphi \in \Gamma \iff \llbracket \varphi \rrbracket_v = 1$

porque Γ es maximal.

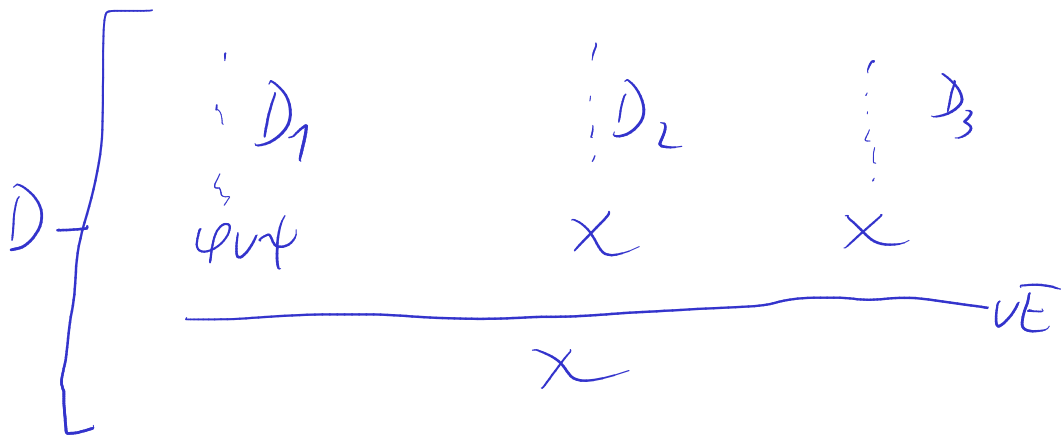
Ejercicio: Γ es consistente maximal y
 v valida Γ , entonces $\Gamma = \text{Th}(v)$.

P4E6

Hacer cop del T. de Corrección

para $v \in E$

" Para todo $\Gamma, \Gamma \models \text{Hip}(D)$, entonces $\Gamma \models \text{Cond}(D)$ por inducción en D .



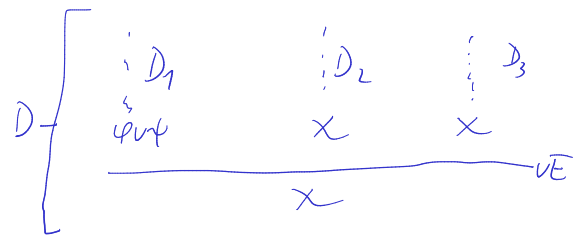
HI: " Para todo $\Gamma, \Gamma \models \text{Hip}(D_i)$, entonces $\Gamma \models \text{Cond}(D_i)$ " ($i=1,2,3$)

Es decir,

- 1) Para todo $\Gamma, \Gamma \models \text{Hip}(D_1)$, entonces $\Gamma \models \phi \vee \psi$
- 2) Para todo $\Gamma, \Gamma \models \text{Hip}(D_2)$, entonces $\Gamma \models X$
- 3) Para todo $\Gamma, \Gamma \models \text{Hip}(D_3)$, entonces $\Gamma \models X$

Quiero ver

Para todo $\Gamma, \Gamma \models \text{Hip}(D)$, entonces $\Gamma \models X$



$$\text{sup. } \Gamma \cong \text{Hip}(D) = \text{Hip}(D_1) \cup (\text{Hip}(D_2) \setminus \{\varphi\}) \cup (\text{Hip}(D_3) \setminus \{\psi\}).$$

Per HI1 $\Gamma \models \varphi \cup \psi$.

2 $\Gamma \cup \{\varphi\} \models x$

3 $\Gamma \cup \{\psi\} \models x$.

Quero ver se $\Gamma \models x$. Tão v se vale Γ ?

Quero ver se $\llbracket x \rrbracket_v = 1$.

1 $\Rightarrow \llbracket \varphi \cup \psi \rrbracket_v = 1 = \max\{\llbracket \varphi \rrbracket_v, \llbracket \psi \rrbracket_v\} \rightarrow \text{algum} \leq 1$

Caso: $\llbracket \varphi \rrbracket_v = 1$ Por outras v vale $\Gamma \cup \{\varphi\}$ outras por 2, $\llbracket x \rrbracket_v = 1 \checkmark$

Caso: $\llbracket \psi \rrbracket_v = 1$ Igual, usando 3. \checkmark

P1E3

Definir el conjunto $S(\varphi)$ de subfórmulas de φ . (Luego " ψ es subfórmula de φ " se definirá como " $\psi \in S(\varphi)$ ").

$$S(p) := \{p\} \quad \text{si } p \in AT.$$

$$S(\varphi \odot \psi) := \{(\varphi \odot \psi)\} \cup S(\varphi) \cup S(\psi).$$

$$S(p_0 \rightarrow (p_1 \vee \perp)) = \{p_0 \rightarrow (p_1 \vee \perp)\} \cup \underbrace{S(p_0)}_{\{p_0\}} \cup S(p_1 \vee \perp)$$

$$S(p_1 \vee \perp) = \{p_1 \vee \perp\} \cup \underbrace{S(p_1)}_{\{p_1\}} \cup \underbrace{S(\perp)}_{\{\perp\}} = \{p_1 \vee \perp, p_1, \perp\}$$

$$S(p_0 \rightarrow (p_1 \vee \perp)) = \{p_0 \rightarrow (p_1 \vee \perp), p_0, p_1 \vee \perp, p_1, \perp\}.$$

P1E4: $ocur(k, \varphi) = |\varphi|_{pk}$

$$ocur(k, \varphi) := \begin{cases} 1 & \text{si } p = p_k \\ 0 & \text{si } p \neq p_k \end{cases}$$

$$ocur(k, (\varphi \odot \psi)) := ocur(k, \varphi) + ocur(k, \psi)$$