Consulta IntroLóg

22/10/2021

(Lógica Proposicional).

$\boxed{P5\ E8}$ $\Gamma_0 = \{p_0, \neg(p_1 \to p_2), p_3 \vee p_2\}$

→ Necesitamos que Γ_0 sea consistente.

Como Γ_0 es consistente, $\exists \Gamma \supseteq \Gamma_0$ consistente maximal.

Idea: Tomar dos extensiones de Γ_0 "incompatibles" y luego agrandarlas a sendos maximales.

$\Gamma_1 := \Gamma_0 \cup \{p_4\}$ $\Gamma_2 := \Gamma_0 \cup \{\neg p_4\}$

Sea v asignación que valide Γ_0.

Notar:

$$v_i(p) := \begin{cases} v(p) & \text{si } p \neq p_4 \\ 2-i & \text{si } p = p_4 \end{cases} \qquad v_i : V \to \{0,1\}$$

cumple que v_i valida Γ_i $(i=1,2)$.

Luego, por Lema de consistencia, Γ_i es consist.

Hay $\Gamma_i^* \supseteq \Gamma_i \supseteq \Gamma_0$ consist. maximal. $(i=1,2)$.

Basta ver que $\Gamma_1^* \neq \Gamma_2^*$. Si no,

$\Gamma_1^* \supseteq \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \supseteq \{p_4, \neg p_4\} \vdash \bot \Rightarrow \Gamma_1^*$ inconsist, absurdo. Luego deben ser distintos.

Consulta IntroLóp 24/11/2021

(Lenguajes - Autómatas Finitos - Gramáticas)

(3) Sea G la gramática regular definida por las producciones

$$S \to bS \mid aA \mid bE, \qquad A \to aS \mid bA \mid aE, \qquad E \to \epsilon$$

(donde a y b son los símbolos terminales). Demuestre que $\alpha \in L(G)$ sii $\alpha \neq \epsilon$ y contiene un número par de símbolos a.

$V = \{S, A, E\}$ $\quad T = \{a, b\}$

Típico: el enunciado habla de palabras en T^* $\cup$ $L(G)$ $=$ $\{\alpha \in T^* : S \overset{*}{\Longrightarrow} \alpha\}$

pero para demostrar hay que generalizar a un enunciado sobre $(V \cup T)^*$

- Enunciado original: $S \overset{*}{\Longrightarrow} \alpha \in T^*$ sii $P(\alpha)$
- Enunciado general: $X \overset{*}{\Longrightarrow} \beta \in (V \cup T)^*$ sii $P'(\beta, X)$ donde $X \in V$

$$S \to bS \mid aA \mid bE, \qquad A \to aS \mid bA \mid aE, \qquad E \to \epsilon$$

Para todo $\beta \in (V \cup T)^*$

$S \overset{*}{\Longrightarrow} \beta$ sii $|\beta|_a + |\beta|_A$ es par.

Si $\beta \in T^* \Rightarrow |\beta|_A = 0$, y luego $|\beta|_a$ debe ser par.

$S \overset{*}{\Longrightarrow} S \qquad |S|_a + |S|_A = 0 + 0$ es par.

$S \overset{*}{\Longrightarrow} \alpha \Longrightarrow \beta$

$\alpha = \alpha_1 V \alpha_2 \Longrightarrow \alpha_1 \gamma \alpha_2 = \beta$ con $V \longrightarrow \gamma$ prod.

Por HI $|\alpha|_a + |\alpha|_A$ es par.

$$S \to bS \mid aA \mid bE, \qquad A \to aS \mid bA \mid aE, \qquad E \to \epsilon$$

Notemos $|\alpha|_a = |\alpha_1|_a + |\alpha_2|_a$ ✓

Casos en V

$\boxed{\text{Si } V \neq A}$, También $|\alpha|_A = |\alpha_1|_A + |\alpha_2|_A$.

$$\alpha_1 V \alpha_2 \Longrightarrow \alpha_1 \gamma \alpha_2$$

cantidad par de a y A en total.

Viendo las producciones, γ tiene 0 o 2 ocurrencias de $\{a, A\}$. Luego la paridad se preserva.

$\boxed{\text{Si } V = A}$,

$$|\alpha|_A = |\alpha_1|_A + 1 + |\alpha_2|_A \text{ par.}$$

$\therefore$ $|\alpha_1|_A + |\alpha_2|_A$ es impar.

En general, las 3 producciones de A preservan $|\alpha|_a + |\alpha|_A$. ✓

Decidir si son regulares.

(e) $L_5 = \{\alpha \in \{0,1\}^* \mid |\alpha| < 23\}$. Sí.

$$(0+1+\varepsilon)^{22}$$

(a) $L_1 = \{a^n bbc^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ No.

- Adversario elige $k \in \mathbb{N}$
- Nosotros proponemos $\alpha = a^k bb c^k$, $|\alpha| \geq k$
- Adversario descompone $\overbrace{\underbrace{a}_{\beta}\underbrace{\cdots a}_{\gamma}}^{k}\underbrace{bbc\cdots c}_{\delta}$

$$|\beta\gamma| \leq k$$
$$\gamma \neq \varepsilon$$

- Nosotros jugamos $n=2$

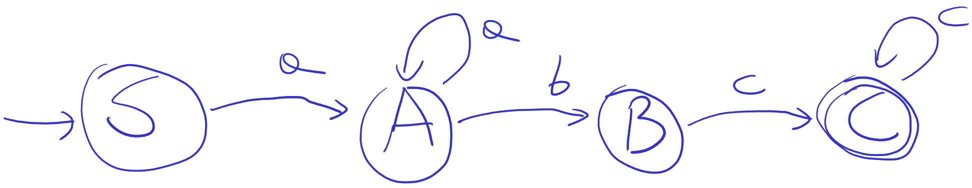
$$|\beta\gamma^2\delta|_a \geq |\beta\gamma\delta|_a + 1 = |\alpha|_a + 1$$
$$\vee$$
$$|\beta\gamma^2\delta|_c = |\alpha|_c$$

Luego $\beta\gamma^2\delta \notin L_1$, pues tiene más aes que ces.

(c) $L_3 = \{0^n 1^m \mid n, m \in \mathbb{N}\}$

Dar gramática regular.

(d) $\{\alpha \in \Sigma^* \mid \alpha = a^n b c^m,\ n, m > 0\},\ \Sigma = \{a, b, c\}$.



$$S \longrightarrow aA$$
$$A \longrightarrow aA \mid bB$$
$$B \longrightarrow cC$$
$$C \longrightarrow cC \mid \varepsilon$$

✓