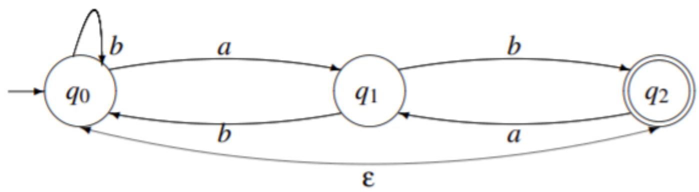
Consulta IntroLóg

17/12/2021

Para probar que L no es regular usando el juego, hay que dar una estrategia ganadora i.e., que nos asegure ganar sin importar qué movidas haga el adversario.



$$[q_0] \xrightarrow{a} \{p \in Q \mid \exists q \in [q_0] \text{ tal que } q \xrightarrow{a} p\} =$$
$$= \{p \in Q \mid q_0 \xrightarrow{a} p\} \cup \{p \in Q \mid q_2 \xrightarrow{a} p\} = \{q_1\} \cup \{q_1\} = [q_1]$$
$$[q_0] \xrightarrow{b} \underbrace{\{p \in Q \mid q_0 \xrightarrow{b} p\}} \cup \{p \in Q \mid q_2 \xrightarrow{b} p\} = \{q_0, q_2\} \cup \emptyset = [q_0]$$

¿Por qué está q_2?

Aparente respuesta: $\xrightarrow{b}$ aquí es $\xRightarrow{b}$

Pero esto contradice que el 2do término sea vacío.

Nuestra (2021) versión:

$$X \in Q \qquad X \xrightarrow{b} \{q : \exists q' \in X \, (q' \xRightarrow{b} q)\}$$

$$[q_0] = \{q_0, q_2\} \xrightarrow{b} \{q : \exists q' \in \{q_0, q_2\} \, (q' \xRightarrow{b} q)\}$$

$$= \{q : q_0 \xRightarrow{b} q\} \cup \{q : q_2 \xRightarrow{b} q\}$$

$$\{q_0, q_2\} \cup \{q_0, q_2\} = \{q_0, q_2\}.$$

Recordamos definición.

- $q \overset{\epsilon}{\Longrightarrow} q'$ si y sólo si $q = q'$ ó $q \xrightarrow{\epsilon} \ldots \xrightarrow{\epsilon} q'$
- $q \overset{\beta x}{\Longrightarrow} q'$ si y sólo si $\exists r, r' : q \overset{\beta}{\Longrightarrow} r \xrightarrow{x} r' \overset{\epsilon}{\Longrightarrow} q'$

En el caso de $\beta = (b)$,

$$\rho \overset{b}{\Longrightarrow} \rho' \text{ sii } \exists r, r' \text{ Tq}$$

$$\rho \overset{\varepsilon}{\Longrightarrow} r \xrightarrow{b} r' \overset{\varepsilon}{\Longrightarrow} \rho'$$

---

4. Sea $\Gamma = \{p_0, \neg p_1, p_2, \neg p_3, \ldots\}$. Decidir si Γ es consistente. Luego decidir si es consistante maximal. En caso de no serlo, dar un consistente que lo incluya propiamente.

Por el lema de consistencia, basta hallar asignación $v : V \longrightarrow \{0,1\}$ que lo valide:

$v(p_n) := 1$ sii n es par.

extensión de asignación

$[\![p_n]\!]_v = v(p_n) = 1$ si n es par. ✓

$[\![\neg p_n]\!]_v = 1 - [\![p_n]\!]_v = 1 - 0 = 1$ si n es impar.

def de val.

Luego v valida Γ.

$\Gamma' = \Gamma \cup \{p_0 \wedge p_0\}$ es consistente y incluye propiamente a Γ.

(misma v valida).

$Th(v)$ es consis. maximal que lo contiene.

$\boxed{\text{Todo consistente maximal contiene todos los Teoremas.}}$

- Si φ es Teorema entonces $\emptyset \vdash \varphi$.

$$\Downarrow$$

$$\forall \Gamma. \quad \Gamma \vdash \varphi$$

- Si Γ es consis. max, es cerrado por derivaciones.

$$\Gamma \vdash \varphi \Rightarrow \varphi \in \Gamma.$$

Si B alg. de Boole y $|B| < 1000 \Rightarrow B$ finita.

$$B \cong \mathcal{P}(\underbrace{At(B)}_{\text{¿cardinal?}}).$$

$2^0, \ldots, 2^9 = 512.$

$\mathcal{P}(0), \ldots, \mathcal{P}(9)$

$$|X| = |Y|$$

$$\Downarrow$$

$\mathcal{P}(X) \cong \mathcal{P}(Y)$ como alg. Boole.

Sea $f: X \to Y$ biy.

$F(A) := f[A]$ es iso

$F: \mathcal{P}(X) \to \mathcal{P}(Y)$.

(b) Si L es un reticulado distributivo finito tal que $At(L) = Irr(L)$, entonces L es un álgebra de Boole.

(c) Si B, B' son álgebras de Boole finitas, y tienen la misma cantidad de elementos, entonces B y B' son isomorfas.

$$L \cong \mathcal{D}(Irr(L)) = \mathcal{D}(AT(L)) = \mathcal{D}(\cdots\cdots)$$

$$= \mathcal{P}(AT(L)).$$

Siempre $\mathcal{D}(P) \subseteq \mathcal{P}(P)$ Bastaría ver $\mathcal{P}(AT(L)) \subseteq \mathcal{D}(AT(L))$

En part. $\mathcal{D}(At(L)) \subseteq \mathcal{P}(AT(L))$

Sea $X \subseteq AT(L)$. Quiero ver que $X \in \mathcal{D}(AT(L))$

↳ Sea $y \le x \in X$ $\quad y \in AT(L) \overset{?}{\Rightarrow} y \in X$

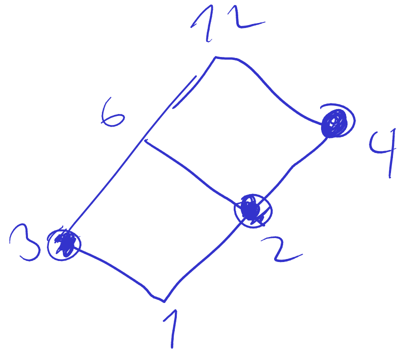
Como $x \in AT(L) \Rightarrow$ $0 \le y \le x$ implica

que $\cancel{y = 0}$ ó $\boxed{y = x}$

$(y \in AT(L))$.

A fortiori, $y \in X$ ✓

D_{12} :



$m \in D_n$

$m = p^e \cdot q^f \cdot k \cdots$

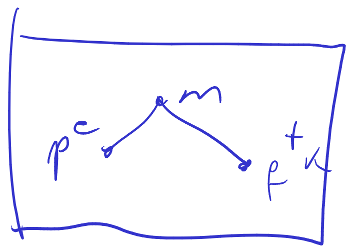
$p \nmid k$

$m = mcm\{p^e, q^f k\}$

↓ ↓

son incomparables

D_n



Si $mcm(m, \ell) = p^e$ $\quad m, \ell \mid p^e$

∴ $m = p^{e_1}$

$\ell = p^{e_2}$

S.p.g $e_1 \le e_2 \Rightarrow m \mid \ell$

∴ $mcm(m, \ell) = \ell = p^e$.

Γ consist. por hipótesis.

Quiero ver que $\Gamma \cup \{p_1 \wedge \neg p_3\}$ es consistente

Basta hallar v tq valide $\Gamma \cup \{p_1 \wedge \neg p_3\}$.

Γ consist $\Longrightarrow$ $\exists w$ que valida Γ
asig.

$$v(p_n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ 0 & n = 3 \\ w(p_n) & \text{caso contrario.} \end{cases}$$

Afirm. v valida $\Gamma \cup \{p_1 \wedge \neg p_3\}$

- $[\![p_1 \wedge \neg p_3]\!]_v = \min\{v(p_1), 1 - v(p_3)\} = 1$
  por construcción de v. ✓

- Sea $\varphi \in \Gamma$.

$[\![\varphi]\!]_v = [\![\varphi]\!]_w = 1$ por el Lema de Coincidencia.

(pues v y w coinciden en los símbolos prop. que ocurren en φ).

Luego v valida $\Gamma \cup \{p_1 \wedge \neg p_3\}$.

6. Dé una gramática regular que genere el lenguaje de todas las palabran en el alfabeto $\{a, b\}$ que tienen a lo sumo dos ocurrencias de la letra b.

$$G_6 = (\{S, A, B, E\}, \{a, b\}, P_6, S)$$

$$P_6 = \begin{cases} S \rightarrow aS \mid bA \mid \text{aA} \\ A \rightarrow aA \mid \text{bB} \mid \text{aB} \\ B \rightarrow aB \mid bE \mid aE \\ E \rightarrow \epsilon \end{cases}$$

Producciones permitidas

Gramáticas Regulares

$$V \longrightarrow tV$$

$$V \longrightarrow \varepsilon$$