Grupo de Semántica Algebraica: Álgebra Universal y Lógica

Pedro Sánchez Terraf

CIEM-FaMAF — Universidad Nacional de Córdoba

Jornada de Matemática FaMAF — UNC

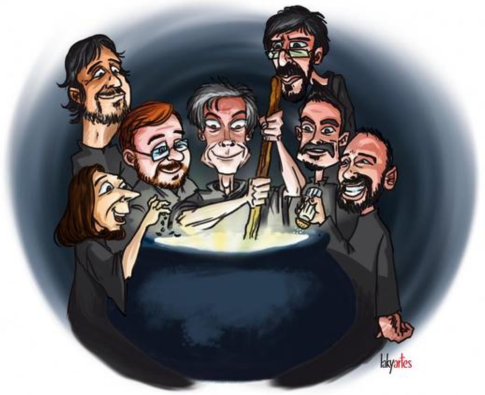
02 / 10 / 2017

Cast (in order of appearence)

- Diego Vaggione (*The Boss*).
- Héctor "Flaco" Gramaglia.
- Miguel **Camper**choli.
- PST.
- Mariana Badano.
- Mauricio Tellechea.
- Martín Moroni.
- Pablo Ventura.

Cast (in order of appearence)

- Diego Vaggione (*The Boss*).
- Héctor “Flaco” Gramaglia.
- Miguel **Camper**choli.
- PST.
- Mariana Badano.
- Mauricio Tellechea.
- Martín Moroni.
- Pablo Ventura.



¿Qué hacemos?

LÓGICA

"No... en serio..."

¿Qué hacemos?

LÓGICA

“No. . . en serio. . . ”

Universidad Nacional de Córdoba
1613 - 2013 400 AÑOS

¿Qué hacemos?

LÓGICA

"No. . . en serio. . . "

- Prehistoria: (🐄 + 🐄) + 🐄 = 🐄 + (🐄 + 🐄).
- 500 AC: $2 + 1 = 1 + 2.$
- Siglos XIX–XX: $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$ es un grupo abeliano.
- Siglo XX: $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$ satisface $\forall x \, \forall y \, (x + y = y + x).$

Idea (Tarski)

Formalizar y estudiar la relación de satisfacción como **objeto matemático**.

6000 años de historia en 2 minutos

- Prehistoria: (🐄 + 🐄) + 🐄 = 🐄 + (🐄 + 🐄).
- 500 AC: $2 + 1 = 1 + 2.$
- Siglos XIX–XX: $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$ es un grupo abeliano.
- Siglo XX: $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$ satisface $\forall x \, \forall y \, (x + y = y + x).$

Idea (Tarski)

Formalizar y estudiar la relación de satisfacción como **objeto matemático**.

- Prehistoria: (🐄 + 🐄) + 🐄 = 🐄 + (🐄 + 🐄).
- 500 AC: $2 + 1 = 1 + 2.$
- Siglos XIX–XX: $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$ es un grupo abeliano.
- Siglo XX: $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$ satisface $\forall x \, \forall y \, (x + y = y + x).$

Idea (Tarski)

Formalizar y estudiar la relación de satisfacción como **objeto matemático**.

6000 años de historia en 2 minutos

- Prehistoria: (🐄 + 🐄) + 🐄 = 🐄 + (🐄 + 🐄).
- 500 AC: $2 + 1 = 1 + 2.$
- Siglos XIX–XX: $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$ es un grupo abeliano.
- Siglo XX: $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$ satisface $\forall x \, \forall y \, (x + y = y + x)$.

Idea (Tarski)

Formalizar y estudiar la relación de satisfacción como **objeto matemático**.

6000 años de historia en 2 minutos

- Prehistoria: $(🐄 + 🐄) + 🐄 = 🐄 + (🐄 + 🐄)$.
- 500 AC: $2 + 1 = 1 + 2$.
- Siglos XIX–XX: $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$ es un grupo abeliano.
- Siglo XX: $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$ satisface $\forall x\, \forall y\, (x + y = y + x)$.

Idea (Tarski)

Formalizar y estudiar la relación de satisfacción como **objeto matemático**.

Continuamos en el Siglo XX

$$\langle \mathbb{Z}, + \rangle \quad \text{satisface} \quad \forall x \, \forall y \, (x + y = y + x).$$

En general,

$$\mathbf{A} \models \varphi.$$

¿Qué es φ?

Observación (1870–1930)

El 99.99 % de los objetos matemáticos pueden ser construidos (o representados) usando los Axiomas de la Teoría de Conjuntos.

Razonamientos Matemáticos	=	Teoría de Conjuntos	+	Lógica de Primer Orden

Continuamos en el Siglo XX

$$\langle \mathbb{Z}, + \rangle \quad \text{satisface} \quad \forall x \, \forall y \, (x + y = y + x).$$

En general,

$$\mathbf{A} \models \varphi.$$

¿Qué es φ?

Observación (1870–1930)

El 99.99 % de los objetos matemáticos pueden ser construidos (o representados) usando los Axiomas de la Teoría de Conjuntos.

Razonamientos Matemáticos = Teoría de Conjuntos + Lógica de Primer Orden

Continuamos en el Siglo XX

$$\langle \mathbb{Z}, + \rangle \quad \text{satisface} \quad \forall x \, \forall y \, (x + y = y + x).$$

En general,

$$\mathbf{A} \models \varphi.$$

¿Qué es φ?

Observación (1870–1930)

El 99.99 % de los objetos matemáticos pueden ser construidos (o representados) usando los Axiomas de la Teoría de Conjuntos.

Razonamientos Matemáticos = Teoría de Conjuntos + Lógica de Primer Orden

Universidad Nacional de Córdoba
1613 - 2013 400 AÑOS

Continuamos en el Siglo XX

$$\langle \mathbb{Z}, + \rangle \quad \text{satisface} \quad \forall x\, \forall y\, (x + y = y + x).$$

En general,

$$\mathbf{A} \models \varphi.$$

¿Qué es φ?

Observación (1870–1930)

El 99.99 % de los objetos matemáticos pueden ser construidos (o representados) usando los Axiomas de la Teoría de Conjuntos.

$$\boxed{\text{Razonamientos Matemáticos}} = \boxed{\text{Teoría de Conjuntos}} + \boxed{\text{Lógica de Primer Orden}}$$

Pregunta

¿Cuándo dos estructuras safisfacen las mismas fórmulas de primer orden?

Teorema (Keisler-Shelah)

Son equivalentes:

1. *Para toda φ, $\mathbf{A} \models \varphi$ si y sólo si $\mathbf{B} \models \varphi$.*
2. *Hay conjuntos I, J y ultrafiltros $\mathcal{F}, \mathcal{G}$ tales que $\mathbf{A}^I/\mathcal{F} \cong \mathbf{B}^J/\mathcal{G}$.*

Ultrapotencia $\quad \mathbf{A}^I/\mathcal{F} \; := \; \overbrace{\mathbf{A} \times \cdots \times \mathbf{A}}^{|I| \text{ veces}} /_{R(\mathcal{F})} \quad$ donde $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(I)$.

Pregunta

¿Cuándo dos estructuras safisfacen las mismas fórmulas de primer orden?

Teorema (Keisler-Shelah)

Son equivalentes:

1. *Para toda* φ, $\mathbf{A} \models \varphi$ *si y sólo si* $\mathbf{B} \models \varphi$.
2. *Hay conjuntos* I, J *y ultrafiltros* $\mathcal{F}, \mathcal{G}$ *tales que* $\mathbf{A}^I/\mathcal{F} \cong \mathbf{B}^J/\mathcal{G}$.

Ultrapotencia $\quad \mathbf{A}^I/\mathcal{F} := \overbrace{\mathbf{A} \times \cdots \times \mathbf{A}}^{|I| \text{ veces}} /_{R(\mathcal{F})}$ donde $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(I)$.

Pregunta

¿Cuándo dos estructuras safisfacen las mismas fórmulas de primer orden?

Teorema (Keisler-Shelah)

Son equivalentes:

1. *Para toda* φ, $\mathbf{A} \models \varphi$ *si y sólo si* $\mathbf{B} \models \varphi$.
2. *Hay conjuntos* I, J *y ultrafiltros* $\mathcal{F}, \mathcal{G}$ *tales que* $\mathbf{A}^I/\mathcal{F} \cong \mathbf{B}^J/\mathcal{G}$.

Ultrapotencia $\quad \mathbf{A}^I/\mathcal{F} \; := \; \overbrace{\mathbf{A} \times \cdots \times \mathbf{A}}^{|I| \text{ veces}} /_{R(\mathcal{F})}$ donde $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(I)$.

¿Qué hacemos?

- Utilizamos herramientas de la Lógica (como el Teorema de Keisler-Shelah) para atacar problemas algebraicos generales.
- Satisfacción como objeto matemático $\Rightarrow$ definibilidad como objeto matemático.
- Teoría de Conjuntos, tanto la parte fundamental como sus aplicaciones.

Universidad Nacional de Córdoba UNC 1613 - 2013 400 AÑOS

¿Qué hacemos?

- Utilizamos herramientas de la Lógica (como el Teorema de Keisler-Shelah) para atacar problemas algebraicos generales.
- Satisfacción como objeto matemático $\Rightarrow$ definibilidad como objeto matemático.
- Teoría de Conjuntos, tanto la parte fundamental como sus aplicaciones.

Universidad Nacional de Córdoba 1613 - 2013 400 AÑOS

¿Qué hacemos?

- Utilizamos herramientas de la Lógica (como el Teorema de Keisler-Shelah) para atacar problemas algebraicos generales.
- Satisfacción como objeto matemático $\Rightarrow$ definibilidad como objeto matemático.
- Teoría de Conjuntos, tanto la parte fundamental como sus aplicaciones.

Universidad Nacional de Córdoba 1613 - 2013 400 AÑOS

¿Qué hacemos?

- Representaciones por haces de álgebras (Diego, Miguel, Mauricio, Héctor).
  Información estructural.
- Teoría de elementos centrales (Diego, Mariana, PST).
  Representaciones directas.
- Preservación y definibilidad en álgebra (Diego, Miguel).
  Funciones algebraicas.
- Algoritmos para la definibilidad en estructuras finitas (Miguel, Pablo).
  Herramientas computacionales.
- Teoría de Conjuntos y Aplicaciones (PST, Martín).
  Fundamentos + Computación.

¿Qué hacemos?

- Representaciones por haces de álgebras (Diego, Miguel, Mauricio, Héctor).
  Información estructural.
- Teoría de elementos centrales (Diego, Mariana, PST).
  Representaciones directas.
- Preservación y definibilidad en álgebra (Diego, Miguel).
  Funciones algebraicas.
- Algoritmos para la definibilidad en estructuras finitas (Miguel, Pablo).
  Herramientas computacionales.
- Teoría de Conjuntos y Aplicaciones (PST, Martín).
  Fundamentos + Computación.

UNC Universidad Nacional de Córdoba 1613 - 2013 400 AÑOS

¿Qué hacemos?

- Representaciones por haces de álgebras (Diego, Miguel, Mauricio, Héctor).
  Información estructural.
- Teoría de elementos centrales (Diego, Mariana, PST).
  Representaciones directas.
- Preservación y definibilidad en álgebra (Diego, Miguel).
  Funciones algebraicas.
- Algoritmos para la definibilidad en estructuras finitas (Miguel, Pablo).
  Herramientas computacionales.
- Teoría de Conjuntos y Aplicaciones (PST, Martín).
  Fundamentos + Computación.

¿Qué hacemos?

- Representaciones por haces de álgebras (Diego, Miguel, Mauricio, Héctor).
  Información estructural.
- Teoría de elementos centrales (Diego, Mariana, PST).
  Representaciones directas.
- Preservación y definibilidad en álgebra (Diego, Miguel).
  Funciones algebraicas.
- Algoritmos para la definibilidad en estructuras finitas (Miguel, Pablo).
  Herramientas computacionales.
- Teoría de Conjuntos y Aplicaciones (PST, Martín).
  Fundamentos + Computación.

¿Qué hacemos?

- Representaciones por haces de álgebras (Diego, Miguel, Mauricio, Héctor).
  Información estructural.
- Teoría de elementos centrales (Diego, Mariana, PST).
  Representaciones directas.
- Preservación y definibilidad en álgebra (Diego, Miguel).
  Funciones algebraicas.
- Algoritmos para la definibilidad en estructuras finitas (Miguel, Pablo).
  Herramientas computacionales.
- Teoría de Conjuntos y Aplicaciones (PST, Martín).
  Fundamentos + Computación.

¿Con quién lo hacemos? (pintó un viaje)

Colaboraciones pasadas

- Ernst-Erich Doberkat (TU-Dortmund).
- James G. Raftery (University of Pretoria, SA).
- Michał M. Stronkowski (Warsaw University of Technology).
- Chunlai Zhou (Renmin University of China).

Colaboraciones actuales

- Xavier Caicedo (U. de los Andes, Bogotá).
- Joan Gispert (Universitat de Barcelona).
- Jan Pachl (U of T, Canada).
- Yinhe Peng (U of T).
- Stevo Todorčević (U of T).
- William Weiss (U of T).

Cursos ofrecidos

La optativa

Lógica, compartida con la Licenciatura en Computación. Segundo cuatrimestre.

Varias especialidades no la tienen como correlativa, pero sus contenidos son requisitos para cualquier trabajo serio en el grupo.

Especialidades

- **Miguel**: Complejidad Computacional (1er C. 2018).
- **Diego**: A pedido (dvaggione@gmail.com).
- **PST**: T. de Conjuntos, T. de Conj. Descriptiva (2018), T. de Ramsey (2do C. 2018 ??). A pedido.

Para más información

- Nuestra web: **`ual.famaf.unc.edu.ar`**.
- Facebook: **Universal Algebra & Logic Research Group**.
- Mi blog: **`p.sanchezterraf.com.ar`**.

Para más información

- Nuestra web: **`ual.famaf.unc.edu.ar`**.
- Facebook: **Universal Algebra & Logic Research Group**.
- Mi blog: **`p.sanchezterraf.com.ar`**.

¡Gracias!